la parte reale di (P — *iT~)(U₂* — FJ risulta eguale a

EJ

2]

si ha dunque finalmente

L/^5£ *dv T*

,<^ È facile assegnare il significato geometrico di quest'espressione. Supponiamo che la superficie sia riferita (come nell'art. XXI) a tre assi ortogonali *Ox, Oy,* 0^, e poniamo

u — x, v=y, E=l-\-p²) F = pq, G—i-\-q²:

in tale ipotesi si ha

e l'espressione precedente si trasforma in quest'altra

- JL FA __!!__ _ A

Eseguendo le derivazioni e riducendo si trova

e=

Ora il secondo membro di quest'equazione esprime, com'è notissimo, il prodotto reciproco dei raggi principali di curvatura della superficie. L'analisi precedente stabilisce dunque che questo prodotto rimane invariabile in ogni flessione della superficie medesima. In ciò consiste il celebre teorema dato per la prima volta da GAUSS, nelle *Disquisitiones generale* circa superficie* curva*,* art. XIII.

La funzione assoluta che esprime (eq. 73) il valore di questo prodotto si converte nella formola di GAUSS (1. e. art. XI) quando si eseguiscano tutte le derivazioni indicate, per cui sebbene priva di simmetria, essa ha sopra quella di GAUSS il vantaggio della concisione. Essa è stata data per la prima volta, senza dimostrazione., dal sig. LIOUVILLE, in una Nota letta all'Accademia Francese nel 1851 *); venne poscia dimostrata dal sig. CHELINI **), con un processo al tutto diverso dal precedente.

Lo stesso sig. LIOUVILLE ha indicato (1. e.) un'altra forma assai elegante e simme-

*) Inserita nel Journal de Mathématiques pures et appliquées, t. XVI (1851), pag. 130. **) Annali di Scienze Matematiche e Fisiche (di TORTOLINI), t. II (1851), pag. 291.